

Тема 1. «Классическое определение вероятности»

Задача 1. В фирме такси в данный момент свободно 15 машин: 3 чёрные, 6 жёлтых и 6 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.

Задача 2. На конференцию приехали 3 ученых из Германии, 3 из Швейцарии и 2 из России. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что седьмым окажется доклад ученого из России.

Задача 3. В магазине канцтоваров продаётся 264 ручки: 38 красных, 30 зелёных, 8 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или чёрной.

Задача 4. Монету подбросили два раза. Найдите вероятность того, что решка выпала один раз.

Задача 5. Монету подбросили три раза. Найдите вероятность того, что орел не выпадал два раза подряд.

Задача 6. Монету подбросили четыре раза. Найдите вероятность того, что орел выпадал два или более раз подряд.

Задача 7. Определите вероятность того, что при бросании игрального кубика вы падет менее 4 очков.

Задача 8. Случайный эксперимент состоит в двукратном бросании игральной кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 11 очков.

Задача 9. Случайный эксперимент состоит в двукратном бросании игральной кости. Найдите вероятность того, что выпавшие очки отличаются не менее, чем на 2.

Задача 10. В коробке вперемешку лежат чайные пакетики с чёрным и зелёным чаем, одинаковые на вид, причём пакетиков с зеленым чаем в 7 раз меньше, чем пакетиков с черным. Найдите вероятность того, что случайно выбранный из этой коробки пакетик окажется пакетиком с черным чаем.

Задача 11. Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 71 спортсмен, среди которых 22 спортсменов из России, в том числе Иван Чаев. Найдите вероятность того, что в первом туре Иван Чаев будет играть с каким-либо спортсменом из России.

Задача 12. За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.

Задача 13. В классе 21 учащийся, среди них два друга — Вадим и Олег. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в одной группе.

Тема 2. «Основные теоремы теории вероятности»

Задача 1. Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,14. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Задача 2. Монету подбросили 6 раз. Найдите вероятность того, что орел выпал хотя бы раз.

Задача 3. На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача по теме «Площадь», равна 0,15. Вероятность того, что это окажется задача по теме «Окружность», равна 0,3. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем.

Задача 4. Вероятность того, что новый принтер прослужит больше года, равна 0,95. Вероятность того, что он прослужит два года или больше 0,88. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но не менее года.

Задача 5. При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше 810 г, равна 0,98. Вероятность того, что масса окажется больше 790 г, равна 0,83. Найдите вероятность того, что масса буханки больше 790 г, но меньше 810 г.

Задача 6. Вычислите $P(A \cup B)$, если $P(A)=0,5$, $P(B)=0,3$ и $P(A \cap B)=0,2$

Задача 7. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится кофе, равна 0,2. Вероятность того, что кофе закончится во втором автомате, такая же. Вероятность того, что кофе закончится в двух автоматах равна 0,06. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Задача 8. Известно, что события A и B независимы. $P(A)=0,5$ и $P(B)=0,8$. Найдите $P(A \cap B)$ и $P(A \cup B)$.

Задача 9. Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первую мишень и не попадёт в три последние.

Задача 10. Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,8. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Задача 11. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

Задача 12. Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стёкол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3%

бракованных стёкол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Задача 13. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Задача 14. В ящике четыре красных и два синих фломастера. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?

Задача 15. В коробке 10 синих, 9 красных и 6 зеленых карандашей. Случайным образом выбирают два карандаша. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный карандаш?

Тема 3. «Геометрическое определение вероятности»

Задача 1. После бури на участке между 40-м и 80-м километрами телефонной линии произошёл обрыв провода. Какова вероятность того, что он произошёл между 50-м и 55-м километрами линии?

Задача 2. У Васи остановились наручные часы. Определите вероятность того, что минутная стрелка остановилась, достигнув отметки 9, но не дойдя до отметки 1.

Задача 3. Поезд в метро отправляется каждые 2 минуты. Определите вероятность того, что подошедший в случайное время пассажир будет ждать отправление поезда не более 45 секунд.

Задача 4. В квадрате ABCD со стороной 5 см случайно выбирается точка. Найдите вероятность события «расстояние от выбранной точки до вершины A не более 3 см».

Задача 5. В треугольнике ABC угол A равен 120° . Считая, что угол B может быть случайным, найдите вероятность того, что угол B больше 10° .

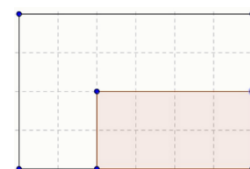
Задача 6. Дана окружность. В ней случайным образом выбирают точку. Найдите вероятность того, что эта точка окажется внутри квадрата, вписанного в эту окружность.

Задача 7. На окружности с центром в точке O выбрана точка A. На этой окружности выбирают случайную точку X. Найдите вероятность того, что $\angle AOX$ меньше 30° .

Задача 8. В трапеции с основаниями 14 см и 6 см случайным образом выбирается точка. Найдите вероятность того, что точка окажется внутри трапеции, основаниями которой являются средняя линия и меньшее из оснований исходной трапеции.

Задача 9. ABCDEF – правильный шестиугольник. Найдите вероятность, что случайно взятая внутри него точка окажется внутри треугольника ABD.

Задача 10. На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник. В этом прямоугольнике выбирают две случайные точки. Найдите вероятность, что одна точка попала в закрашенную область, а вторая – нет.



Задача 11. В окружность ω вписан равнобедренный треугольник ABC с основанием AC. $\angle A = 72^\circ$. Найдите вероятность того, что случайно выбранная хорда MN окружности ω не пересекает стороны треугольника ABC.

Задача 12. Найдите вероятность, что случайно выбранный треугольник является тупоугольным.

Тема 4. «Случайные величины»

Задача 1. Дано распределение случайной величины X

$$X \sim \begin{pmatrix} -10 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0,1 & 0,2 & 0,1 & p & 0,3 \end{pmatrix}$$

а) Найдите неизвестное значение вероятности p.

б) Найдите вероятность события « $X > 0$ ».

Задача 2. Игральный кубик кидают два раза. Составьте распределение случайной величины S – сумма выпавших очков.

Задача 3. Стрелок стреляет по двум мишеням. Вероятность попадания в каждую из них равна 0,7. Составьте распределение случайной величины N – попаданий.

Задача 4. Найдите математическое ожидание случайных величин X, S и N из предыдущих задач.

Задача 5. В таблице показано количество билетов и возможные выигрыши беспроигрышной денежной лотереи. Всего билетов выпущено 1000 штук.

Выигрыш	10	50	100	500
Количество билетов	990	6	3	1

а) Составьте распределение случайной величины W «выигрыш в лотерее».

б) Найдите математическое ожидание величины EW.

в) Цена билета лотереи равна 50 рублей. Участник покупает один случайный билет. На сколько рублей цена билета выше, чем математическое ожидание выигрыша?

Задача 6. Страховая компания в некотором регионе страхует владельцев автомобилей. Исследования показали, что в течение года владелец автомобиля попадает в мелкую аварию с вероятностью 0,1 и средняя сумма страховой выплаты при этом равна 70 тыс. рублей. С вероятностью 0,01 автомобилист попадает в серьезную аварию, и средняя сумма выплаты при этом равна 580 тыс. рублей.

а) Составьте распределение случайной величины R - «Сумма страховой выплаты одному клиенту за год».

б) Найдите математическое ожидание ER.

в) Определите, за какую цену необходимо продавать годовой страховой полис, чтобы продажа его была рентабельна.